**Université Abdelmalek Assaâdi**
**FST Tanger/M112/ Année 10-11**

**Série de TD n°1**

$D_f u_n = \mathbb{N}$

**Exercice1**
Etudier les suites

$$a)\ u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}; \qquad b)\ u_n = \frac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n};$$
$$c)\ u_n = \frac{2^n+7^n}{2^n-7^n}.$$

**Exercice2**
Calculer la limite des suites suivantes :

$$a)\ u_n = \frac{\sqrt{n}\sin n}{n+1}; \qquad u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \ldots + \frac{1}{2^n}.$$

**Exercice3**
On se propose d'étudier la suite $(u_n)_n$; $u_n = x^n$; $x \in \boldsymbol{R}$.

- 1) Cas $x > 1$; poser $x = 1 + a$; $a > 0$, et montrer que $(1+a)^n > 1 + na$; $\forall n \geq 2$. Déduire $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$.
- 2) Cas $0 < x < 1$; montrer que $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$.
- 3) Etudier les cas $x = 1$ et $x \leq 0$.
- 4) Soient $a, b > 0$. Etudier la suite $(u_n)_n$; $u_n = \dfrac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$.

**Exercice4**
Soit

$$u_n = \frac{1}{5} + \frac{4}{5^2} + \frac{7}{5^3} + \ldots + \frac{3n-2}{5^n}.$$

- 1) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est croissante.
- 2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ est majorée.
- 3) Montrer que cette suite est convergente et trouver sa limite.

**Exercice5**

- Etudier la suite $(u_n)_{n\geq 1}$; $u_n = 1 + \dfrac{1}{2} + \ldots + \dfrac{1}{n}$; montrer, en utilisant le critère de Cauchy, qu'elle ne converge pas.

**Exercice6**
Soit

$$A = \left\{ r \in \boldsymbol{Q} / \ r \geq 0 \text{ et } r^2 - 3r + 1 < 0 \right\}.$$

ETUSUP .com

- 1) Montrer que $A$ est non vide et borné.
- 2) Calculer $\sup A$ et $\inf A$.

**Exercice7**

On considère la suite $(u_n)_n$ définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1, \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + \dfrac{1}{2^n}}; \forall n \in \boldsymbol{N}. \end{cases}$$

- 1) Montrer que $u_n \geq 1$; $\forall n \geq 1$. En déduire que

$$u_{n+1} \leq u_n^2 + \frac{1}{2^{n+1}}.$$

- 2) Montrer que la suite $(u_n)_n$ converge.
- 3) Etudier la suite $(v_n)_n$ définie par: $v_n = u_n^2$. Déduire $\lim\limits_{n\to\infty} v_n$.

**Exercice8**

Soient $a, b \in \boldsymbol{R}$ tels que $0 < a < b$. Soient $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites réelles définies par:

$$\begin{cases} u_0 &= a, \\ v_0 &= b, \\ \dfrac{2}{u_{n+1}} &= \dfrac{1}{u_n} + \dfrac{1}{v_n}, \\ 2v_{n+1} &= u_n + v_n. \end{cases}$$

- 1) Montrer que $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ sont deux suites adjacentes.
- 2) Montrer que $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = \lim\limits_{n\to\infty} v_n = \sqrt{ab}$.

**Exercice9**

Montrer que la suite $(u_n)_n$ définie par

$$\begin{cases} u_0 &= \dfrac{1}{2}, \\ u_{n+1} &= (1 - u_n)^2. \end{cases}$$

est divergente.

ETUSUP .com

ETUSUP.com

Programmation
Cours
Informatique
Optique
Chimie
Algébre
Corrigés
Mathématiques
Travaux Pratiques
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Diapo
Exercices
Livres
Contrôles Continus
Langues
MTU
Mécanique
Thermodynamique
Divers
Multimedia
Economie
Travaux Dirigés
Droit
Chimie Organique

et encore plus..